

Strahlsimulation des HF-Ionentriebwerkes RIT 10

Jochen HÄUSER*, Universität Gießen

In den letzten beiden Jahren wurde an der Universität Gießen ein Programmsystem entwickelt, mit dem es möglich ist, das Extraktionssystem eines RIT 10-Ionentriebwerkes zu simulieren, d. h. es ist möglich, die Ionentrajektorien zu berechnen und zu plotten. Die Hauptschwierigkeit bestand in der Definition der Plasmagrenze und im Auffinden eines Algorithmus, der diese Grenze iterativ berechnet. Die von der Theorie berechneten Werte für den Ionenstrom und den Divergenzenwinkel stimmen mit den experimentellen Werten gut überein. Anwendungen des Programms auf beliebige andere HF-Ionenquellen sind möglich.

During the last two years a program was developed at Giessen University which allows to simulate the extraction system of a RIT 10 ion thruster for calculating and plotting the ion trajectories. The main problem was the definition of the plasma boundary and construction of an algorithm for its computation by iteration. The values calculated by the theory for the ion current and the divergence angle are in good agreement with experimental results. An application of the program to every other RF-ion source is possible.

1. ZIEL DER SIMULATION

Eine Einsicht in die Wirkungsweise eines HF-Ionentriebwerkes wird durch die Schemazeichnung in BILD 1 gegeben.

* Dr., I. Physik. Institut der Univ. Gießen, jetzige Adresse: Institut für Physik, GKSS, 2054 Geesthacht.

Um die Außenwand des Entladungsgefäßes befindet sich die Spule eines HF-Generators. Das hochfrequente induzierte elektrische Feld sorgt für die Aufheizung des Elektronengases, das durch ionisierende Stöße ein quasineutrales Entladungsplasma erzeugt. Durch die angelegte Extraktionsspannung findet jedoch eine Ladungstrennung von

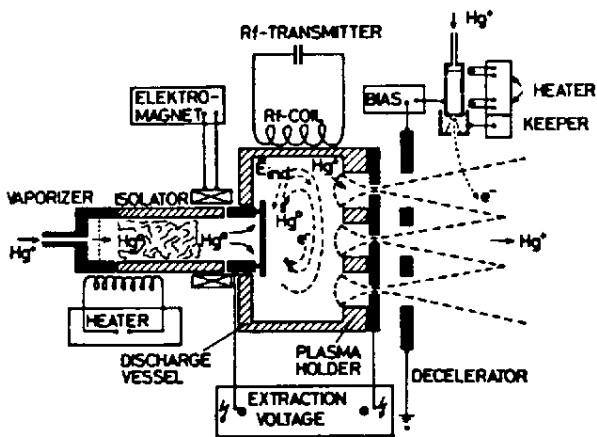


BILD 1: Schemazeichnung eines HF-Triebwerkes

Elektronen und Ionen statt. Gesucht ist nun die Lage und die Gestalt der Übergangsschicht, von der aus die Ionen starten. Streng gesprochen ist der Begriff einer scharfen Grenze von Plasma und Raumladungsbereich nicht richtig, daher wurde das Wort Übergangsschicht gewählt. Die Lage und die Gestalt dieser Übergangsschicht ist außerdem zeitlich nicht stabil. Diese beiden Effekte sind jedoch für die Berechnung der Ionentrajektorien vernachlässigbar, so daß im folgenden von einer scharfen Plasmagrenze gesprochen wird, die auch zeitlich stabil ist.

In BILD 1 sind die Plasmagrenze und die äußeren Ionenbahnen gestrichelt wiedergegeben. Die Schwierigkeit bei der Berechnung der Ionentrajektorien besteht zu einem Teil darin, daß man eine geeignete, physikalisch sinnvolle Definition der Plasmagrenze findet, so daß man einen Algorithmus zu deren Konstruktion finden kann, denn ohne genaues Kenntnis der Lage und Form der Plasmagrenze können die Ionentrajektorien nicht berechnet werden, da diese Grenze die Startfläche für die Ionen darstellt. Das gesamte Extraktionssystem kann als periodische Fortsetzung eines einzelnen Extraktionsloches angesehen werden. Deshalb kann man sich bei der Berechnung auf ein einzelnes Extraktionsloch beschränken. Durch die Simulation auf einem Rechner sollen die folgenden Aufgaben gelöst werden:

- Berechnen der Potentialverteilung durch Lösen der Poissonsgleichung.
- Berechnen der elektrischen Feldstärke.
- Berechnen der Lage und der Gestalt der Plasmagrenze.
- Berechnen und Plotten der Ionentrajektorien.
- Berechnen der Elektronentemperatur und der Stromdichte an der Plasmagrenze.
- Einfluß der verschiedenen Geometrien, Spannungen, Drucke und der vom Plasma aufgenommenen Leistung auf den Gesamtstrom, den Verluststrom, den Divergenzwinkel und den Fokussierungsgrad.

Kurz zusammengefaßt, ist es das Ziel der Simulation, dem Anwender realistische Entscheidungshilfen für den Entwurf von Extraktionssystemen zu geben, um den experimentellen Aufwand bei der Problemlösung zu vermindern.

2. DER ALGORITHMUS ZUR BERECHNUNG DER PLASMAGRENZE

2.1 Physikalische Grundlagen

Die folgenden 4 Gleichungen werden zur Berechnung der Plasmagrenze und der Ionentrajektorien benötigt. In ihnen ist die gesamte Physik enthalten:

a) Poissonsgleichung

$$\nabla^2 U = - \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \rho(U, \vec{r})$$

Man beachte: die Ladungsdichte ρ ist eine Funktion von U und r .

b) Kontinuitätsgleichung

$$\nabla \cdot \vec{J} = \nabla \cdot (\rho \vec{r}) = 0$$

c) Bewegungsgleichung

$$\frac{d(\vec{m}\vec{r})}{dt} = q(\vec{E} + \vec{r} \times \vec{B})$$

d) Gesetz von Child

$$\vec{J} = \alpha \frac{U^{3/2}}{d^2} \hat{e}$$

α ist eine Konstante, abhängig von der Geometrie. \hat{e} ist ein Einheitsvektor in Richtung von \vec{J} . Diese Differentialgleichungen werden durch Differenzgleichungen ersetzt und numerisch gelöst, indem ein rechteckiges Gitter über das Lösungsgebiet gelegt wird. Wegen der Rotationssymmetrie des Problems kann die Rechnung zweidimensional in Zylinderkoordinaten durchgeführt werden. Für die Differenzgleichung der Poissonsgleichung in Zylinderkoordinaten gilt:

$$R T_1 + R T_2 + (R + 1/2) T_3 - (R - 1/2) T_5 - 4 R T_4 = R f_4,$$

wenn man die Poissonsgleichung in der etwas abgewandelten Form $\nabla^2 T(R, Z) = f(T, R, Z)$ schreibt, wobei R, Z Zylinderkoordinaten

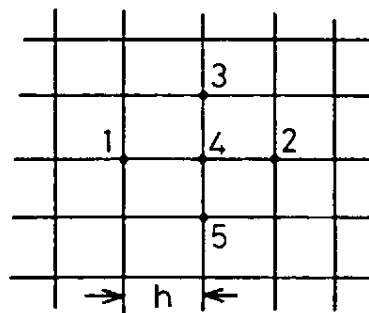


BILD 2: Rechteckgitter für das Lösungsgebiet

derkoordinaten (siehe BILD 2) bedeuten. Ähnliche Differenzgleichungen gelten für die Randpunkte des Gitters. Es werden zwei Arten von Randbedingungen benutzt:

a) Dirichlet-Bedingung: Die Potentialwerte längs des Randes sind bekannt.

b) Neumann-Bedingung: $\frac{\partial U}{\partial n} = 0$, d. h. die Normalenableitung ist gleich Null.

2.2 Der Algorithmus

Zur Berechnung der Plasmagrenze muß der Benutzer dem Programm fünf Größen vorgeben:

- N = die vom Plasma aufgenommene Leistung (Watt)
- P = Druck innerhalb des Entladungsgefäßes (Torr)
- R_G = Radius des Entladungsgefäßes (cm)
- L_G = Länge des Entladungsgefäßes (cm)
- A_G = Oberfläche des Entladungsgefäßes (cm²)

Als nächstes folgt nun die Definition der Plasmagrenze. Def.: In der zweidimensionalen Betrachtungsweise (s. o.) ist die Plasmagrenze diejenige Äquipotentiallinie, die in der Lage ist, die Stromdichte $j(R, Z_0, P, N)$ (nach dem Childschen Gesetz) zu ziehen und den Potentialwert $U_{PL} = U_A + U_F$ hat.

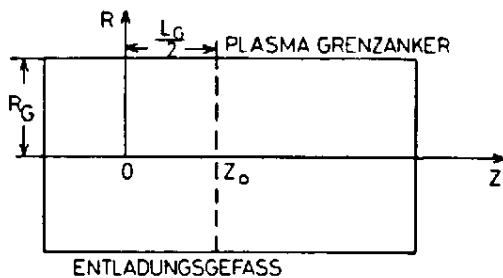


BILD 3: Wahl des Koordinatensystems

In dieser Definition sind jedoch die Stromdichte $j(R, Z_0, P, N)$ sowie die Spannungen U_A und U_F unbekannt. Weiterhin ist die Größe Z_0 unbekannt. Die Berechnung und Definition dieser Größen wird im folgenden gegeben. Z_0 ist bestimmt durch die Wahl des Koordinatensystems, wie aus BILD 3 ersichtlich ist.

Die Spannung U_A ist das Potential, auf dem die Anode liegt. U_F ist gegeben durch folgende Gleichung [4]:

$$U_F = - \frac{1}{2 |e|} \cdot k \cdot T_e(R_G) \cdot \ln \left(0,433 \frac{m_i}{m_e} \right),$$

wobei $m_i = m_{H_0} + \approx 3,34 \cdot 10^{-25}$ (kg)

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ (kg) Masse des Elektrons

$e = -1,602 \cdot 10^{-19}$ (Cb) Elementarladung

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ (J/K) Boltzmannkonstante

$T_e(R_G)$ = Elektronentemperatur in Wandnähe ist.

Um $T_e(R_G)$ zu bestimmen, muß mit Hilfe der Gleichungen (1) und (2) (s. u.) auf numerischem Weg T_{eM} , d. h. eine mittlere Elektronentemperatur bestimmt werden. Daraus wird mit Hilfe von Formel (3) $T_e(R_G)$ bestimmt. Dies ist jedoch nicht ganz unproblematisch, da Formel (3) eine halbempirische Formel ist, die speziell für das RIT 10 aufgestellt wurde und nur für einen Druck von etwa $2,5 \cdot 10^{-4}$ Torr gilt. Will man die Plasmagrenze für andere Ionenquellen berechnen, so kann man zunächst $T_e(R)$ als Konstante annehmen, ohne einen großen Fehler zu machen. Nach R. Walther [4], [5] gilt:

$$(1) S_0(T_{eM}) = \sigma_0 \cdot (kT_{eM})^{-3/2} \cdot (8/\pi \cdot m_e)^{1/2} \cdot \Delta W \cdot \frac{2 \cdot \Delta W + W_i \left(1 + \frac{\Delta W}{k \cdot T_{eM}}\right)}{\left(1 + \frac{\Delta W}{k \cdot T_{eM}}\right)^3} \cdot \exp\left(1 - \frac{W_i}{k \cdot T_{eM}}\right)$$

$$(2) (T_{eM})^{1/2} \cdot S_0^{-1} \cdot 2,18 \cdot 10^{-22} \cdot \frac{1}{R_G} (1 + 0,524 \cdot \frac{R_G}{L_G}) - P = 0$$

Gleichung (2) kann nicht explizit nach T_{eM} aufgelöst werden, deshalb erfolgt eine Lösung durch ein Iterationsverfahren.

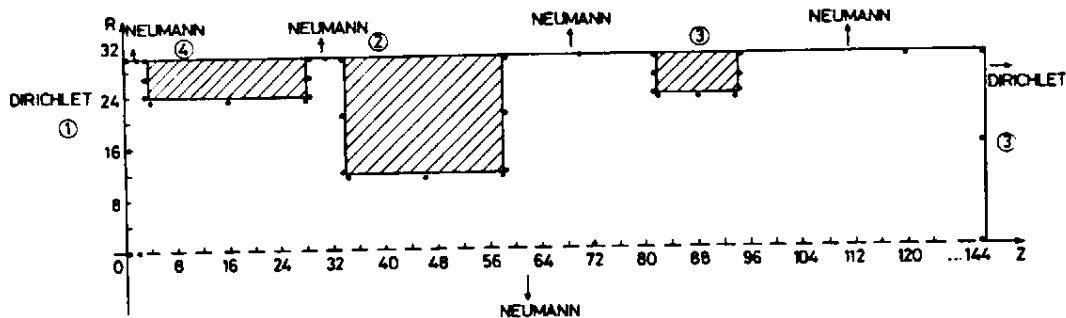


BILD 4: Geometrie für das RIT 10

S_0 = Ionisationsstoßintegral

$\sigma_0 \approx 5,5 \cdot 10^{-16}$ (cm²)

maximaler Wert des Ionisationsquerschnittes
 $W = W_{max} - W_i \approx 40$ eV, wobei W_{max} die zu σ_0 gehörige Energie ist.

W_i = Ionisationsenergie des Quecksilbers
 (= 10,434 eV)

Zur Berechnung der Elektronentemperatur wird die Formel

$$(3) T_e(R) \approx T_{eM} \left(1 + 3,39 \left(\frac{R}{R_G}\right)\right)^{5,19}$$

verwendet.

Für die Berechnung der Plasmadichte gilt (5):

$$(4) n(N, 0, 0) \approx \frac{Nm_i^{1/2}}{A_G(W_i + 6,335 \cdot T_e^{(RG)}) \cdot (0,607 \cdot (k \cdot T_e^{(RG)})^{1/2})^{-1}}$$

wobei $n(N, 0, 0)$ die Plasmadichte im Punkt $R = 0, Z = 0$ für die aufgenommene Leistung von N Watt bedeutet. Mit den bisherigen Größen ist es nun möglich, die radiale Abhängigkeit der Stromdichte zu berechnen (5):

$$(5) j(R, Z_0, N, P) \approx 0,082 \cdot e \cdot n(N, 0, 0) \cdot \exp\left(1,25 \left(1 - \frac{R}{R_G}\right)^2\right)^{1/2} \cdot (k \cdot T_e(R)/m_i)^{1/2}$$

Dem Algorithmus wird als Startwert für die Plasmagrenze eine Menge von Zahlenpaaren R_i^{PL}, Z_i^{PL} zugewiesen. Die Konstruktion der Startwerte geschieht automatisch, indem einfach eine bestimmte Linie des Randes (meistens eine gerade Linie) als Plasmagrenze interpretiert wird (s. Kapitel 3). Aufgabe des Algorithmus ist es, neue bessere Koordinaten der Plasmagrenze auszugeben. Die Iterationen werden beendet, wenn die Koordinatenwerte zweier aufeinanderfolgender Iterationen einen bestimmten Wert unterschreiten. Der Algorithmus läuft nun folgendermaßen ab:

- (Startwerte) R_i^{PL}, Z_i^{PL} Startwerte für die Plasmagrenze
- (Poissongleichung) $R_i^{OLD} \leftarrow R_i^{PL}, Z_i^{OLD} \leftarrow Z_i^{PL}$

Die Poissongleichung wird für die gegebene Geometrie und die vorgegebenen Spannungen gelöst.

- (Äquipotentiallinie) Bestimme die Koordinaten R_i, Z_i der Äquipotentiallinie mit dem Wert $U_{PL} - \frac{U_A}{DIV}$, wobei $DIV = 20$ vom Programm her gesetzt wird.

- (Plasmagrenze) Konstruiere mit $\Delta U = \frac{U_A}{DIV}$ und dem Child'schen Gesetz diejenige Äquipotentiallinie, die den nach (5) berechneten Strom ziehen kann und den Potentialwert U_{PL} hat.

$$j(R_i) = \alpha \frac{\Delta U^{3/2}}{d_i^2}$$

$$d_i = \left(\alpha \frac{\Delta U^{3/2}}{j(R_i)}\right)^{1/2}$$

Der Index i bedeutet, daß die Äquipotentiallinie in Segmente unterteilt ist. d_i ist der senkrechte Abstand zweier

entsprechender Segmente. Für die neuen Koordinaten der Plasmagrenze gilt dann:

$$R_i^{PL} \leftarrow R_i - d_i \left(\frac{E_R}{|\vec{E}|} \right) R_i, Z_i$$

$$Z_i^{PL} \leftarrow Z_i - d_i \left(\frac{E_Z}{|\vec{E}|} \right) R_i, Z_i$$

wobei \vec{E} die elektrische Feldstärke bedeutet, E_R, E_Z sind die entsprechenden Komponenten.

5. (Konvergenz erreicht?) Die Bedingung für die Beendigung des Algorithmus ist:

$$S_i = ((R_i^{PL} - R_i^{OLD})^2 + (Z_i^{PL} - Z_i^{OLD})^2)^{1/2}$$

$$S_{max} = \max_i S_i$$

if $S_{max} \leq \epsilon$ then stop

$$\text{else } R_i^{PL} \leftarrow \frac{R_i^{OLD} + R_i^{PL}}{WEIGHT}$$

$$Z_i^{PL} \leftarrow \frac{Z_i^{OLD} + Z_i^{PL}}{WEIGHT}$$

(WEIGHT ist vom Programm her auf 2 gesetzt) goto 2.

2.3 Arbeitsweise des Programms

Das Programm läuft auf einer IBM 370-168 und hat eine Laufzeit von etwa 70 sec. Das Programm ist eine erweiterte Version des Electron Trajectory Program, das von W. B. Herrmannsfeldt [3] am Stanford Linear Accelerator Center entwickelt wurde.

3. ERGEBNISSE DER SIMULATION

Berechnungen wurden bisher für 2 Geometrien vorgenommen. Die eine Geometrie ist die des RIT 10, von der genau bekannt ist, welcher Strom gezogen werden kann und welchen Divergenzwinkel man hat (BILD 4). Die zweite Geometrie ist eine von J. Freisinger (7) entwickelte Geometrie (BILD 5), von der die experimentellen Werte ebenfalls bekannt sind. Es wurde außerdem eine experimentelle Störungsrechnung durchgeführt, um zu sehen, ob der Algorithmus numerisch stabil ist. Diese Bedingung wurde erfüllt. Eine Beschreibung der Eingabedaten wird in [9] gegeben.

Die BILDER 6-9 zeigen die Berechnung der Plasmagrenze. Im 1. Iterationsschritt wird als Plasmagrenze jeweils die linke Linie angenommen. Der Algorithmus variiert dann die Lage und die Gestalt. Nach 4-6 Schritten hat das Verfahren im allgemeinen konvergiert. Die endgültige Form der Plasmagrenze für die beiden Geometrien wird in den BILDERN 10 und 11 gegeben.

Die in den Zeichnungen angegebenen Koordinaten sind in Gittereinheiten gemessen. Die Umrechnung auf wirkliche Längen geschieht durch die Beziehung:

$$1 \text{ GE (Gittereinheit)} \triangleq 0,0000833 \text{ m.}$$

Der in den BILDERN 6-9 gewählte Nullpunkt des Koordinatensystems ist nicht identisch mit dem von BILD 3.

BILD 6 und 7 zeigen die Lösung der Poissonsgleichung für den 1. Iterationsschritt. Als Startwert für die Plasmagrenze wird eine gerade Linie auf der R-Achse angenommen. In BILD 8 und 9 ist die Wirkung des oben beschriebenen Algorithmus auf die Plasmagrenze zu erkennen. Der errechnete Wert für den gezogenen Strom beträgt 118 mA gegenüber 126 mA, die für das RIT 10 gemessen wurden. Der

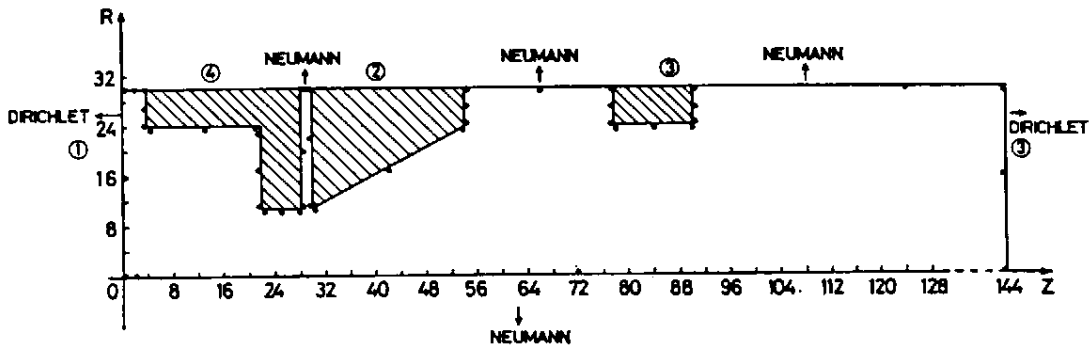


BILD 5: Potentialwerte:

- POT (1) = 1540 V Anode
- POT (2) = -1500 V Kathode
- POT (3) = 0 V Bremsselektrode
- POT (4) = 1500 V Plasmagrenzanker

Elektronentemperatur $\approx 55 \text{ 896 (K)}$
 Ionendichte $\approx 2,24 \cdot 10^{11} \frac{1}{\text{cm}^3}$

errechnete Wert für den Divergenzwinkel beträgt $11,0^\circ$, gemessen am Anfang der Bremsselektrode. Der gemessene Wert beträgt $9^\circ \pm 1,5^\circ$. Hier ist die Übereinstimmung nicht so gut, da bei der theoretischen Berechnung die Neutralisation nicht in Betracht gezogen wurde. Eine neuere Version

Potentialwerte für BILD 6:

- POT (1) = 1540 V
- POT (2) = 0 V
- POT (3) = 0 V

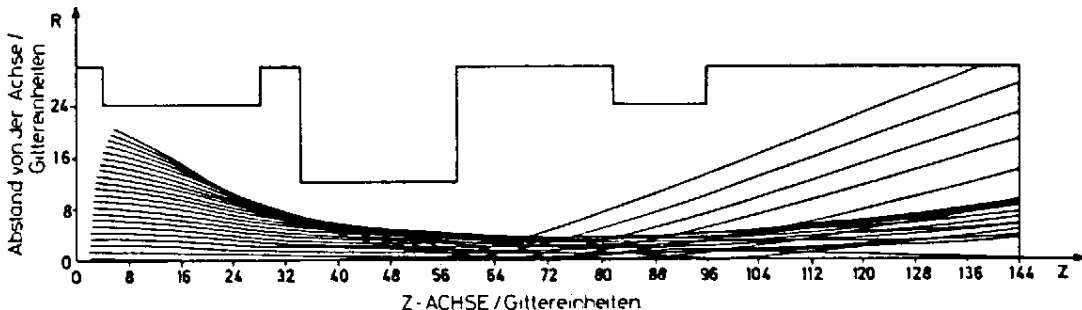


BILD 6: Freisinger Geometrie

1. SCHRITT FÜR DIE PLASMAGRENZE - RIT10 -

BILD 7:
Die Plasmagrenze ist die gerade Linie auf der R-Achse

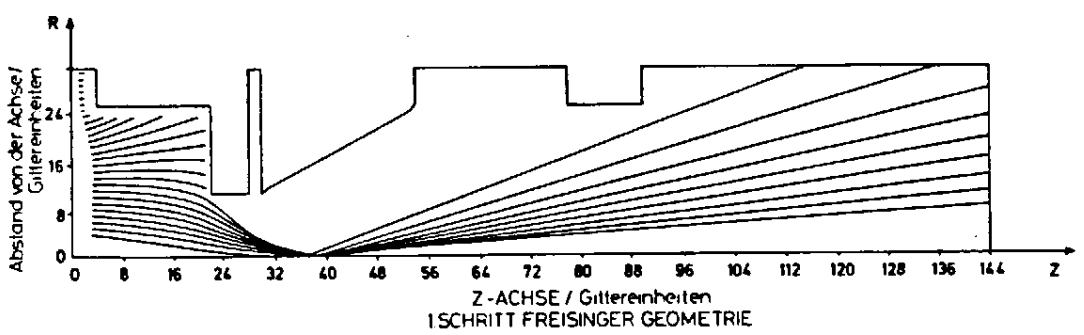


BILD 8:
Die Plasmagrenze ist die gerade Linie auf der R-Achse

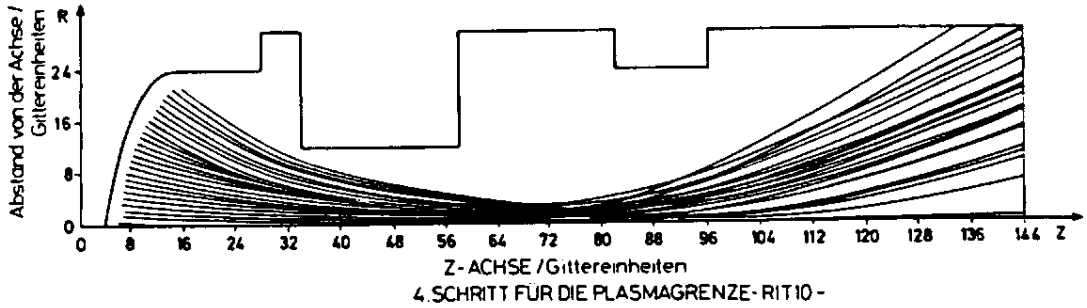
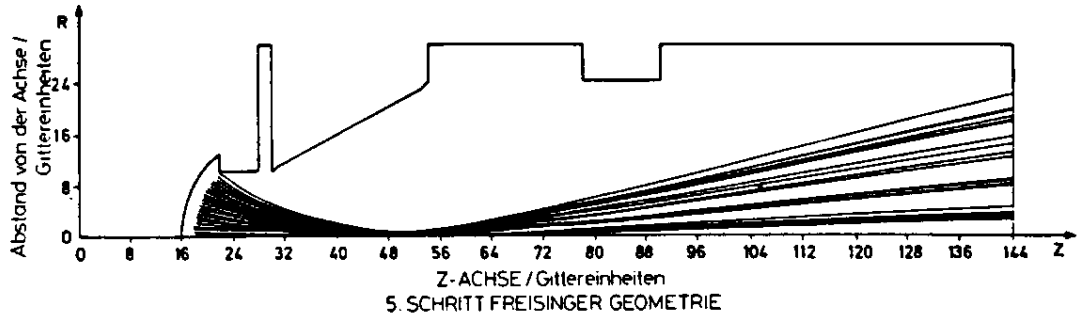


BILD 9:
Endgültiges Resultat für die RIT 10 Geometrie



des Programms berechnet aber auch die Neutralisationsgrenze.
In den BILDERN 10 und 11 ist ein vergrößerter Ausschnitt aus dem Lösungsgebiet zu sehen, der die Wirkung des Algorithmus zur Berechnung der Plasmagrenze klar erkennen läßt.

Schlußbemerkung:

Hauptbestandteil dieser Arbeit sind Auszüge aus der an der Universität Gießen durchgeführten Dissertation D 26. Der Autor dankt Herrn R. J. Walther vom I. Physikalischen Institut sowie Herrn F. Tanzer von der Abteilung für Biomathematik, Gießen, und Herrn W. Faust von der GSI Darmstadt, als auch Herrn W. B. Herrmannsfeldt vom Stanford Linear Accelerator Center für freundliche Unterstützung.

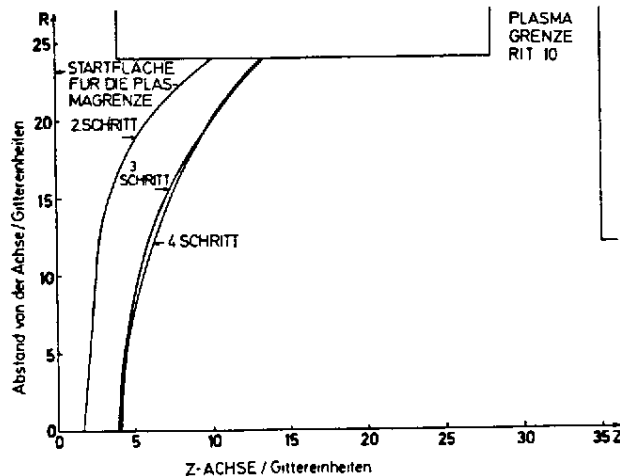


BILD 10: Endgültiges Resultat für die Freisinger Geometrie

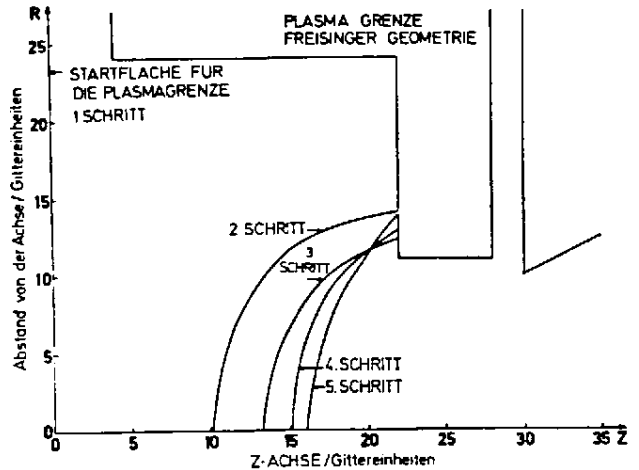


BILD 11: Variation der Plasmagrenze für das RIT 10

LITERATUR:

- [1] BOGART, C. D., A. RICHEYLEY: "A Space Charge Flow Computer Program", NASA TN-D 3394, 1966.
- [2] HERRMANNSELDT, W. B.: "Poisson Equation Solving Program", SLAC-TN-65-55, 1965.
- [3] HERRMANNSELDT, W. B.: "Electron Trajectory Program", SLAC-166, 1973.
- [4] WALTHER, R. J.: "RF-Plasma Analysis", IIIrd European Electric Propulsion Conference, Paper-No. 74-261, Hinterzarten, Oct. 1974.
- [5] WALTHER, R. J.: Dissertation 1974, I. Physikalisches Institut, Universität Gießen.
- [6] TANZER, F.: private communication, Biomathematisches Institut, Universität Gießen.
- [7] HAUSER, J. et al.: "Beam Formation in RF-Ion Thrusters", AIAA 11th Electric Propulsion Conference, Paper-No. 75-426, New Orleans 1975.
- [8] HAUSER, J. et al.: "Investigation of the RIT 10 Accel-Decel-System" IIIrd European Electric Propulsion Conference, Paper-No. 74-254, Hinterzarten, Oct. 1974.
- [9] HAUSER, J.: Dissertation, Universität Gießen 1975.